

# LE JOURNAL DE PHYSIQUE

ET

## LE RADIUM

### PHYSIQUE APPLIQUÉE

---

#### DÉVIATION DES JETS PAR ADHÉRENCE A UNE PAROI CONVEXE

Par MARCEL KADOSCH,

Agrégé de l'Université, Docteur ès Sciences, Ingénieur Civil des Mines.

**Résumé.** — On compare la déviation d'un jet par écran déflecteur et par adhérence à une paroi convexe, en caractérisant ces écoulements par l'interaction entre la veine quasi-isentropique et les zones adjacentes dissipatives (zone de mélange et couche limite le long de la paroi courbée).

La déviation par écran amplifie le mélange des deux zones ; la déviation par adhérence le minimise de telle sorte que le processus gouvernant le phénomène devient le champ de forces centrifuges lié à la déviation. Théorie et expériences détaillées.

**Abstract.** — Deflection of a jet by a screen is compared to a jet reattaching along a convex wall (so-called YOUNG-COANDA EFFECT) in terms of a proposed theory for the interaction between the nearly isentropic stream and adjacent dissipative flows (mixing zone and curved boundary layer).

Screen deflection emphasizes the mixing process ; adherence deflection eliminates mixing to such an extent that the centrifugal field involved by the deflection appears to become the governing process. Both theory and experimentation are presented.

1. **Historique.** — Le phénomène de déviation d'un jet par adhérence à une paroi convexe placée tangentiellement au jet, est bien connu, depuis Young [1], [2] ; il s'agit au début de jets issus de fentes étroites ou d'orifices de faible diamètre (*fig. 1*).

Chilowski observe à nouveau le phénomène dans des expériences sur des projectiles [3], [5]. Étudiant l'effet Chilowski, le colonel Lafay arrive à l'idée de placer la paroi convexe en prolongement de la paroi de la fente d'où sort le jet [3], [5], et utilise l'effet propulseur produit par la déviation du jet pour réaliser un moulinet. Le renforcement de la déviation par grille d'aubes est utilisé sur les freins de bouche [4].

Les expériences sont reprises à partir de 1932 par H. Coanda qui propose une paroi convexe à facettes planes, et de nombreuses applications pratiques de la déviation du jet issu d'une fente étroite [5].

La déviation par adhérence est observée dans différentes structures aéronautiques [6] où elle se produit naturellement ; dans ce cas elle est généralement ressentie comme une gêne, un effet parasite.

Elle connaît toutefois un regain d'intérêt par son application à l'hypersustentation par soufflage au bord de fuite combiné avec un volet [7], [8] (Shrouded jet flap).

Une étude mathématique du phénomène a été présentée par L. C. Woods [9] ; nous nous y reporterons en détail dans ce qui suit.

2. **Introduction.** — La production simultanée de la déviation d'un jet par adhérence à une paroi et par un écran intercepteur conjugué présente des propriétés remarquables permettant de s'affranchir de l'effet d'échelle, de dévier un jet de n'importe quelle dimension et d'amplifier les déviations élémentaires produites séparément par la paroi et par l'écran [10] à [15].

Au cours de ses recherches sur l'origine de ce dernier phénomène [13], l'auteur a été conduit à étudier systématiquement la déviation par adhérence, et la déviation par écran ; il s'est proposé de démontrer l'importance considérable du rôle joué par diverses interactions entre le jet et le milieu ambiant. En particulier, ces phénomènes de déviation entrent dans la classe des écoulements carac-

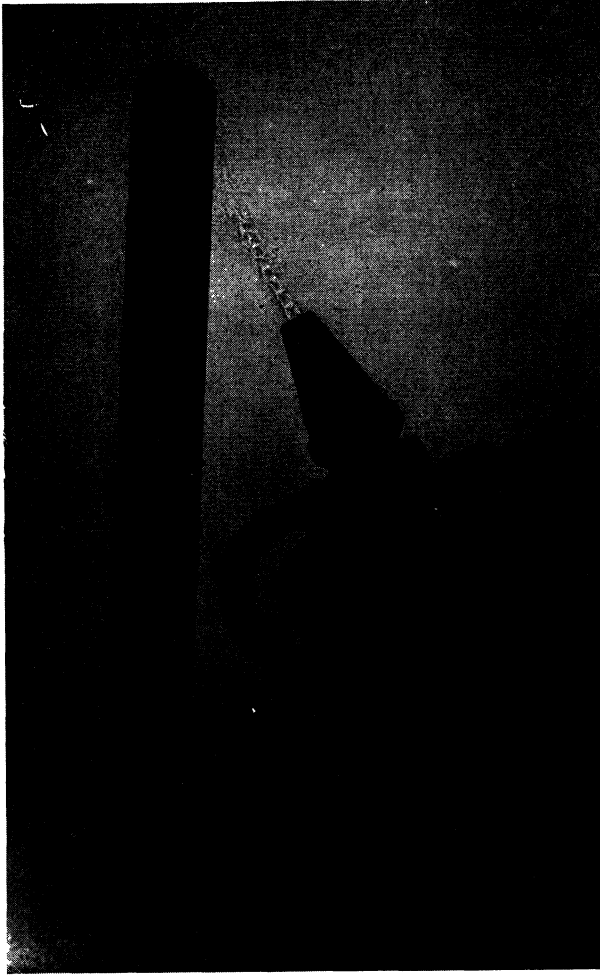


FIG. 1. — Déviation d'un jet autour du bout arrondi d'une éprouvette, équilibrée par le poids de l'éprouvette.

térisés par l'interaction entre une veine presque isentropique et des zones adjacentes d'écoulement dissipatif. Considérant le mélange des deux zones par transfert de quantité de mouvement comme le processus physique déterminant le gradient maximum de pression que l'écoulement peut subir avant décollement, L. Crocco et L. Lees [17] ont proposé une théorie de cette classe d'écoulements.

Cette communication a pour but de montrer que la déviation par écran amplifie le mélange des deux zones ; mais que par contre la déviation par adhérence la minimise au point qu'il devient négligeable ; de ce fait, le processus physique gouvernant le phénomène devient alors la présence du champ de forces centrifuges, lié à la déviation du jet. Une théorie semi-empirique de l'action de ce champ est présentée ci-dessous.

3. **Étude descriptive.** — 3-1. CARACTÈRES GÉNÉRAUX DE LA DÉVIATION PAR ADHÉRENCE. — La condition mécanique essentielle d'une déviation est

que la quantité de mouvement déviée soit équilibrée par une réaction latérale, qui se présente comme une somme : de surpressions quand on dévie par écran ; de dépressions quand on dévie par adhérence. Mais la différence de base entre ces deux modes est que la géométrie de l'écoulement calculable en fluide parfait suffit à déterminer l'angle de déviation dans le premier mode (par écran) ; dans le mode par adhérence, au contraire, l'angle de déviation, indéterminé en fluide parfait, est fixé par le décollement de la couche limite. Il est donc indispensable de considérer aussi la zone dissipative le long de la paroi.

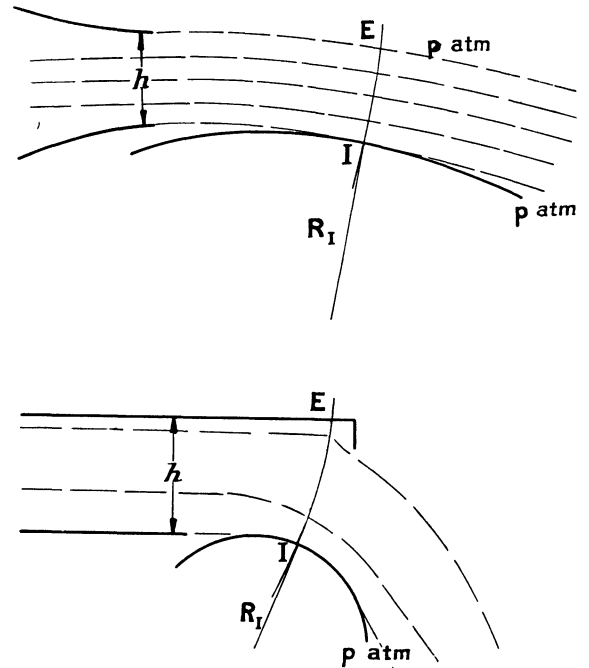


FIG. 2. — Équilibre d'un flux incurvé avec et sans obstacle,

Étudions l'équilibre du flux incurvé (fig. 2). La condition d'équilibre transversal de la portion courbe de l'écoulement

$$(1/\rho) (\partial p / \partial n) = v^2 / R \quad (1)$$

exprime que les forces centrifuges sont équilibrées par un gradient transversal de pression. Supposant l'enthalpie totale constante dans tout le jet :

$$(dp/\rho) + v dv = 0 \quad (2)$$

on peut intégrer partiellement (1) le long d'une ligne IE normale aux lignes de courant, et on trouve la relation :

$$V_I = V_E \exp \int_I^E \frac{dn}{R} \quad (3)$$

entre la vitesse d'écoulement le long de la paroi  $V_I$  et la vitesse le long de la ligne de jet  $V_E$  ;  $V_I$  est supérieur à  $V_E$ . Parallèlement, la pression à la

paroi  $p_I$  est inférieure à la pression atmosphérique  $p_E$ . Nous supposons que la ligne IE choisie sur la figure est celle qui passe au point où la pression minimum est atteinte. La vitesse à la paroi  $V_I$  est proportionnelle à  $V_E$  et croît avec l'intégrale du second membre, qui apparaît au premier abord comme une fonction croissante de  $h/R_I$ , en désignant par  $h$  la hauteur de veine à dévier.

Cet écoulement du fluide parfait est limité longitudinalement par l'intervention des forces de viscosité ; la portion déviée de cet écoulement se termine à la section du jet qui passe par le point de décollement et dans laquelle on retrouve partout la pression atmosphérique ; le fluide ralenti formant la couche limite le long de la paroi est d'abord accéléré, mais la survitesse s'accompagne d'une dépression qui passe par un maximum, car elle augmente en aval le gradient longitudinal de pression que la couche limite doit remonter ensuite et facilite ainsi le décollement. Donc la déviation sera d'autant plus difficile sur la survitesse nécessaire le long de la paroi sera plus élevée (J. Bertin). Considérant les conditions aux limites, on remarquera que la couche limite est assujettie à remonter globalement une différence de pression longitudinale ( $p_E - p_I$ ) égale à celle qu'on aura réussi à établir transversalement.

3-2. APPLICATIONS. — a) Il en résulte que la déviation obtenue par simple rapprochement d'une paroi ne sera notable que dans des cas très particuliers, soit que  $V_E$  soit très faible, soit que la hauteur  $h$  à dévier soit très faible, même avec une vitesse très grande, en prenant  $R_I$  assez grand ( $h/R_I = 0,05$ ) : il ne suffit pas que  $h/R_I$  soit faible avec  $h$  quelconque, car pour dévier de l'angle  $\alpha$  souhaité, il faut que l'écoulement colle sur une longueur  $R_I \alpha$  de paroi ; la couche limite croît avec cette longueur  $R_I \alpha$  ; on ne pourra donc pas dépasser une certaine valeur  $R_I \max$ , ni par suite dévier par ce seul procédé un jet de hauteur supérieure à un certain maximum.

b) Il est manifeste que ces dernières conditions ne se trouvent pas remplies lorsqu'on veut dévier, par exemple, le jet d'un réacteur ; la vitesse  $V_E$  est importante ; la hauteur  $h$  imposée de jet à dévier est grande. Enfin, le rayon de paroi convexe doit être limité de toutes façons à des valeurs telles qu'on puisse la caréner convenablement. La déviation naturelle est alors très faible, on ne peut pas dévier en rapprochant une paroi courbe, et au contraire il n'y a pas grand inconvénient à laisser cette paroi en place en régime non dévié. Un simple examen de cette formule montre que pour  $h$  et  $R_I$  donnés, il n'y a pas d'autre moyen de diminuer la survitesse nécessaire à la déviation qu'en modifiant la condition à la limite extérieure  $E$  de la normale IE pour y rendre  $V_E$  le plus petit possible. A cet effet, on dispose transversalement à l'écou-

lement un petit obstacle de hauteur suffisante pour créer en amont un champ de pression et un ralentissement de l'écoulement (fig. 2). Le fait essentiel pour les applications est que cet obstacle peut être petit et qu'on peut même le remplacer par un jet auxiliaire de fluide de faible débit (2 à 3 % du débit principal) transversal au jet principal : on élimine ainsi totalement l'introduction d'un objet matériel sur le trajet direct.

3-3. ACTION CONJUGUÉE D'UN ÉCRAN ET D'UNE PAROI DE DÉVIATION. — On peut montrer par des expériences simples que la présence d'une paroi convexe permet d'amplifier considérablement la déviation due à l'obstacle seul, et donc que l'effet de la combinaison des deux moyens ; obstacle et paroi courbe, est un phénomène nouveau remarquable.

3-3-1. *Expérience n° 1.* — Pour cette expérience, on a utilisé un venturi-tuyère de révolution monté à l'envers (fig. 3) : au voisinage du col règne une

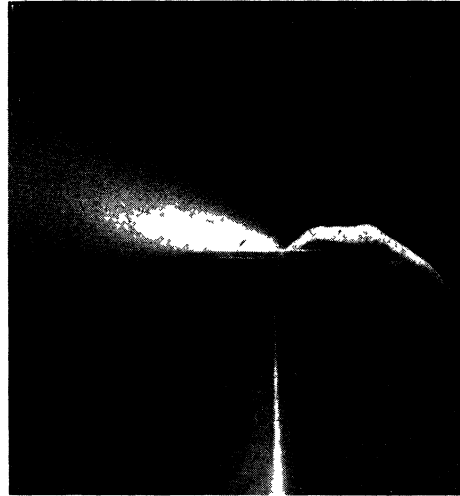


FIG. 3. — Jet dévié par décollement dissymétrique.

dépression qui peut être très grande (surtout en fluide compressible) ; un petit obstacle placé peu après le col sur une partie de la circonférence provoque un déséquilibre de pression et le jet vient instantanément se plaquer sur la partie restante en éventail : la déviation obtenue est très supérieure à celle qu'on aurait obtenue à l'aide du seul bord évasé de tuyère ou du seul obstacle.

3-3-2. *Expériences de J. Bertin.* — Une autre expérience montre également de façon frappante comment l'action dynamique du bord de déviation peut être transformée en action cinématique : la figure 4 montre un venturi rectangulaire dont les parois divergentes sont mobiles autour d'axes situés au voisinage du col de l'écoulement. Sous l'effet des dépressions qui règnent le long de ces parois

mobiles, celles-ci tendent à se rapprocher si on les laisse libres. Si on n'en libère qu'une, maintenant l'autre immobile (cas de la figure), la position d'équilibre correspond à un jet fortement dévié autour de la paroi immobilisée. On notera la fermeture très

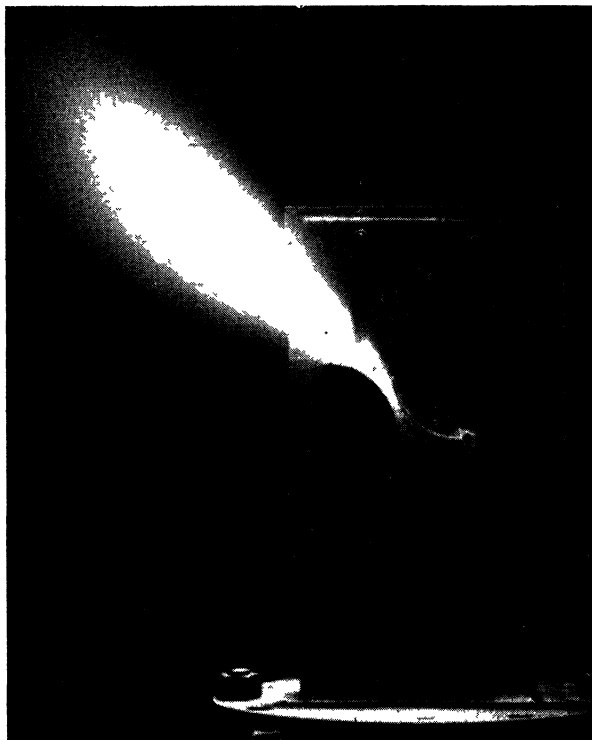


FIG. 4. — Jet dévié par le déséquilibre d'un Venturi à paroi mobile.

élevée de la section de tuyère obtenue *sans blocage* puisque la paroi aspirée est libre dans son mouvement horizontal.

Nous ne nous étendrons pas sur l'explication détaillée de ces phénomènes, qu'on trouvera dans les références [11], [12], [13].

3-4-1. Considérons (*fig. 5*) l'équilibre du jet non dévié entre la couche limite intérieure et la zone de mélange extérieure et appliquons un raisonnement classique ([16], t. 1, p. 85) : lorsqu'on introduit l'obstacle, on perturbe cet équilibre par ralentissement des filets fluides extérieurs dont les particules sont au surplus rapprochées de la paroi de déviation ; une particule extérieure ainsi déportée transitoirement vers une zone où le champ de forces centrifuges est plus intense, alors que sa vitesse propre est insuffisante, n'est pas en équilibre et, sous l'effet du gradient de pression correspondant, elle se rapproche encore davantage de la paroi de déviation ; au contraire, une particule rapide, en aval de l'obstacle, déportée par la turbulence dans la zone de mélange avec l'atmosphère composée de fluide ralenti, s'y trouve soumise à une

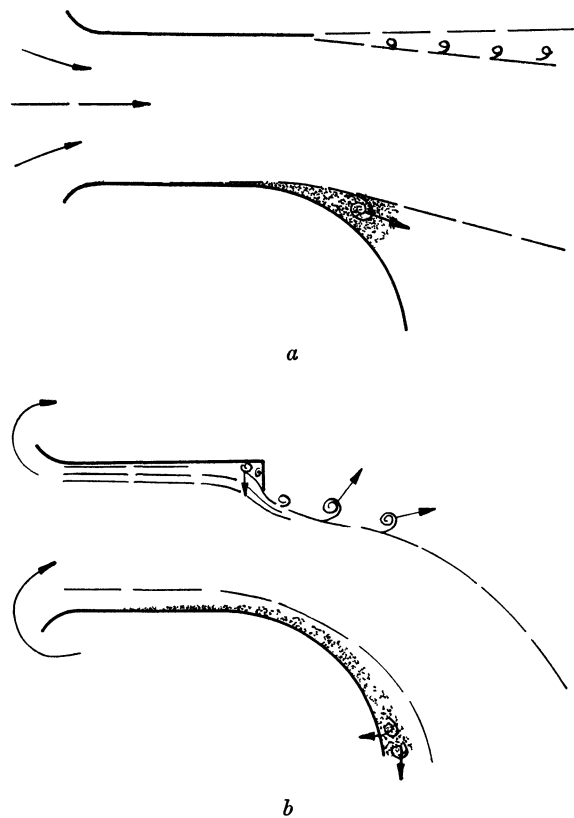


FIG. 5. — Établissement d'une circulation par passage du régime direct au régime dévié par écran.

force centrifuge non équilibrée par un gradient de pression et tend donc à se déporter encore plus loin. La première action décrite a pour action de dévier davantage les filets fluides, les deux ont pour effet d'augmenter la largeur de la zone de mélange extérieure. De plus, cette zone de mélange est instable puisque les échanges de quantité de mouvement entre fluide rapide et fluide lent qui lui donnent naissance ont tendance à augmenter. En résumé, le coefficient de mélange [17] avec le jet est notablement augmenté. La déviation finale résulte de la position d'équilibre prise à la limite intérieure, où les phénomènes sont exactement contraires. Une particule rapide déportée transitoirement par la déviation vers l'intérieur de la couche limite s'y trouve soumise à une force centrifuge non équilibrée par un gradient de pression et s'éloigne donc à nouveau de la paroi de déviation ; de même, une particule ralentie de couche limite déportée dans le fluide rapide, ne possédant pas de force centrifuge suffisante, « retombe » dans la couche limite. Donc l'écoulement a une position d'équilibre stable, ainsi que sa couche limite, et de plus, l'épaisseur de la nouvelle couche limite est plus petite que l'ancienne puisque les échanges de quantités de mouvement entre fluide rapide et fluide lent sont amoindris par la déviation. En conséquence secondaire, le point de

décollement est reporté notablement plus loin en aval, donnant ainsi une mesure de la déviation obtenue, du moins localement.

3-4-2. *Cas d'une déviation par adhérence seulement.* — L'explication physique qui précède permet de rendre compte de la même façon de l'effet d'une paroi de déviation seule : considérons le cas d'un jet de faible hauteur, devant laquelle l'épaisseur de la couche limite ne soit pas négligeable. Le fait de remplacer d'un côté du jet une zone de mélange instable par une couche limite stable et amincie, explique un certain déséquilibre qui peut se traduire par une déviation très importante du jet. En outre comme la hauteur du jet est faible, le champ des pressions occupe presque toute la zone isentropique. De ce fait, le zone dissipative du côté opposé à la paroi se trouve profondément modifiée [7]. Le champ des dépressions agit comme une répartition de puits le long de la paroi et aspire fortement l'air ambiant, dont l'écoulement est perpendiculaire à la paroi, et même à contre-

courant du jet. Les échanges de quantité de mouvement augmentent fortement pour les raisons décrites au § 3-4-1, parmi lesquelles l'aspiration par le champ de dépressions prend la première place.

3-4-3. *Circulation.* — Dans les deux cas, le processus décrit a pour effet d'établir autour du déviateur une circulation finie correspondant à la poussée latérale obtenue.

4. **Expériences de déviation combinée par écran et paroi.** — 4-1. **RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX.** — Les considérations précédentes ont été vérifiées et précisées par des expériences sur des jets issus de bouches d'air comprimé. La tuyère se rapprochait le plus possible du schéma d'écoulement bidimensionnel dont on avait calculé la géométrie, en effectuant les corrections de compressibilité. Comparant les répartitions théoriques et expérimentales de pressions, on en déduit le rôle joué par les phénomènes dissipatifs (viscosité et turbulence) (fig. 6).

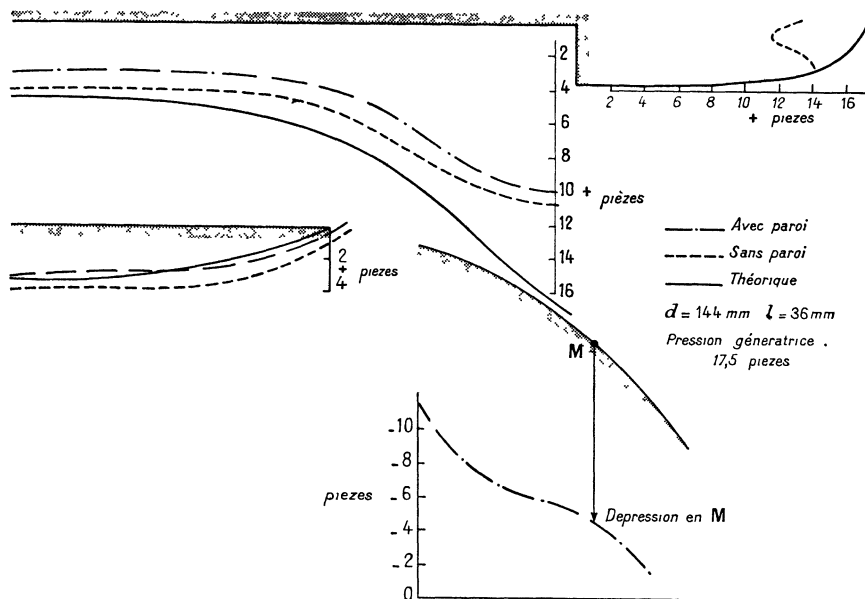


FIG. 6.

a) *Déviation par écran seulement.* — L'efficacité du déviateur de jet subit deux pertes d'importance comparable : décollement de la couche limite et zone de gaz morts côté obstacle ; détente incomplète, même à l'extrémité, côté opposé. Alors que le régime est subsonique, la pression reste supérieure à la pression atmosphérique.

b) *Déviation par écran et paroi convexe adaptée.* — (C'est-à-dire une paroi circulaire placée en grandeur et position sur le cercle de courbure minimum de la ligne de jet.)

La paroi est notablement en dépression ; de plus

la pression baisse notablement le long des parois amont de la tuyère qui subit une détente complémentaire. L'anomalie signalée en (a) disparaît ; le coefficient de striction (facteur de blocage) de la veine se rapproche de l'unité, c'est-à-dire que le blocage diminue considérablement ; la déviation augmente d'une vingtaine de degrés ; on observe un important entraînement d'air ambiant (du côté de la paroi). En résumé la paroi agit *comme une trompe* sur le jet dévié par l'obstacle ; elle abaisse la pression statique à l'extrémité du canal, action équivalente à une ouverture de tuyère.

c) *Déviaton par obstacle et paroi non adaptée.* — Si la paroi est placée de telle manière qu'elle morde sur la ligne de jet théorique (trop rapprochée, ou rayon trop grand) elle se trouve en surpression ; la déviation diminue ; le coefficient de striction diminue (le blocage augmente) ; il y a donc fermeture de tuyère, et remontée de pressions statiques le long des parois de tuyère.

4-2. *Discussion.* — a) *Déviaton par obstacle seul.* — Les décollements du côté écran étaient prévisibles. La remontée de pression du côté opposé peut être expliquée comme due à l'interaction de la couche limite et de la zone isentropique dans la tuyère. Ce phénomène est l'inverse de la déviation par adhérence.

S'il n'y a pas d'obstacle, la surpression est nulle : il y a même une petite dépression à l'extrémité de la tuyère. L'obstacle dévie les filets fluides isentropiques vers le bas, alors que la couche est astreinte à suivre la paroi plane. Il en résulte une augmentation du coefficient de mélange de la zone isentropique et de la zone dissipative [17], qui a pour effet une augmentation de pression statique. La pression à la paroi est égale à la pression à la frontière des deux zones, sur une même perpendiculaire à la paroi. Cette frontière entre les deux zones a été reportée plus haut par suite de l'augmentation du coefficient de mélange ; donc le niveau de pression statique est relevé, eu égard à la direction du gradient de pression.

b) *Déviaton par obstacle et paroi de déviation adaptée.* — Le long de la paroi de déviation, le phénomène est complètement différent ; la couche limite est astreinte à suivre la courbure de la paroi, donc elle est soumise au champ des pressions qui équilibrent les forces centrifuges (qui n'agissent pas sur elle puisqu'elle est composée de fluide ralenti) : le raisonnement du § 3-4-1 peut être reproduit ici, à la condition que le champ des pressions qui diminuent les échanges de quantité de mouvement s'établisse réellement : ce qui exige une position correcte de la paroi.

c) Si au contraire, la paroi mord sur la ligne de jet, le raisonnement n'est pas valable, et on est ramené au cas (a) précédent : il se produit des surpressions et un décollement prématuré de la couche limite.

## 5. Expériences de déviation par adhérence pure.

— 5-1. — La déviation obtenue la seule adhérence à une paroi a été étudiée systématiquement, en vue de déterminer quantitativement ses caractéristiques et ses limites. C'est un exemple typique d'interaction d'un écoulement isentropique et d'un écoulement dissipatif adjacent, puisque la paroi ne peut agir sur le jet qu'au travers de la couche limite. D'après ce qui précède, le rôle essentiel sera joué, non par le coefficient de mélange, mais par le

champ des pressions, donc d'après l'équation (3) par la courbure relative  $h/r$  de paroi, paramètre dont dépend principalement la différence transversale de pression ( $p_E - p_I$ ) égale à la différence de pression longitudinale que la couche limite est astreinte à remonter.

La plupart de nos expériences ont porté sur la configuration obtenue en prolongeant une paroi de la tuyère rectangulaire par une paroi en arc de cercle de 90 degrés sans solution de continuité.

### 5-2. DESCRIPTION DES ESSAIS (fig. 7). Notations.

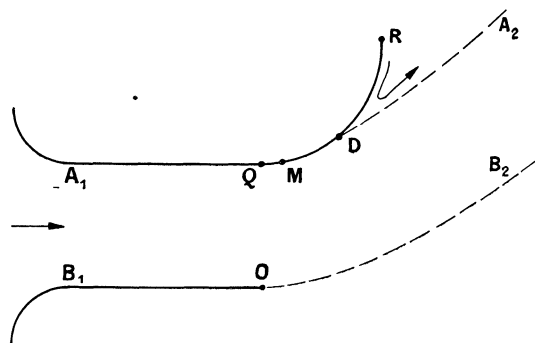


FIG. 7.

La tuyère expérimentale rectangulaire de hauteur  $h$ , largeur  $L$ , comporte un canal droit de longueur  $L'$  prolongé sur une des parois par un quart de cercle QR de rayon  $r$ . Le jet est limité par des panneaux latéraux sur deux faces ; il est libre à partir de O sur la 3<sup>e</sup> face, et à partir du point de décollement D sur la face qui porte la « paroi de déviation ». Prenant O comme origine, on peut définir des axes Ox, parallèle à OB<sub>1</sub> et Oy perpendiculaire. La réaction latérale est dirigée suivant Oy et la traînée suivant Ox.

5-2-1. On mesure la déviation par l'arc QD. La déviation maximum est limitée par construction à 90 degrés. On pourrait facilement obtenir une déviation plus grande, mais cette limitation artificielle fait apparaître des phénomènes intéressants comme on le verra ci-après. On mesure les pressions le long des parois ; elles sont inférieures à la pression atmosphérique, la dépression passant par un maximum en un point M du bord de déviation. Les dépressions mesurées sont très diminuées, ainsi que la déviation, si le jet n'est pas limité par des panneaux latéraux. L'alimentation par l'atmosphère de la zone RDA<sub>2</sub> est donc ici un phénomène parasite, qu'on a évité dans cette étude expérimentale.

On fait varier toutes les dimensions géométriques, et, dans une certaine mesure, le nombre de Mach du jet.

La technique des mesures n'appelle aucune remarque particulière. On appelle :

$P_0$  la pression totale génératrice ;  
 $p$  la pression en un point courant de la paroi de déviation ;  
 $p_a$  la pression atmosphérique ;  
 $\omega$  la vitesse au point courant ;  
 $\omega_a$  la vitesse à l'infini aval, ou par détente à la pression atmosphérique ;  
 $D$  le débit-masse de la tuyère.

5-2-2. Pour la représentation des résultats, outre les arcs de cercle  $\gamma_M$  et  $\gamma_D$ , on définit le coefficient de poussée local :

$$K = \frac{p_a - p}{P_0 - p_a} = \frac{\omega^2 - \omega_a^2}{\omega_a^2} \quad (4)$$

Presque tous les essais ont été effectués à  $M = 0,48$  ; les corrections de compressibilité ne dépassant pas 2 %, nous pouvons interpréter les résultats en supposant le fluide incompressible.

$K$  passe par un maximum  $K_M$  en M : il n'est jamais nul, même le long de RD, en raison de l'existence d'un courant de retour RDA<sub>2</sub> qui produit une petite dépression en aval de D.

La poussée latérale est donnée par l'intégrale des pressions  $Y$  (résultante verticale).

Rapportée à la pression dynamique elle permet de définir le coefficient latéral moyen :  $K_p$  ; c'est un coefficient de portance. On peut également rapporter la poussée latérale à la poussée globale :  $Dw_a$ , définissant un coefficient  $K_y$  de poussée latérale. Les deux coefficients sont liés en fluide incompressible par la relation :

$$(L^1 + r) K_p = 2\varepsilon h K_y \# 2h K_y$$

(l'effet de striction est négligeable en l'absence d'obstacle).

5-2-3. — Les variables mesurées ou déduites des mesures sont donc :

$\gamma_M$  ;  $\gamma_D$  ;  $K(x)$  sur chaque paroi ;  $K_M$  ;  $K_p$  ;  $K_y$ .

Les paramètres dont on a cherché à déterminer le rôle sont :

$r$  : 10 60 80 120 160 200 240 280. 480 640 2 000 mm.  
 $h$  : 10 20 30 40 60 80 120 160 200 240 280 mm.  
 $L$  : 120 mm et 54 mm.  
 $L^1$  : 0 100 200 et 300 mm.  
 $M$  : de 0 45 à 0 75.

5-3. THÉORIE SEMI-EMPIRIQUE, POUR UN CRITÈRE D'ADHÉRENCE.

5-3-1. — D'après l'analyse faite au § 3 (établissement d'une circulation) on peut donner une description élémentaire de l'influence du bord de déviation sur le jet en profondeur, qui correspond assez bien aux phénomènes observés : l'influence est nulle si le jet sort droit parallèlement à Ox ; elle serait complète si les lignes de courant devenaient

des portions de cercles concentriques à QR. Imaginons donc que dans le cas intermédiaires les lignes de courant puissent être assimilées à un faisceau de cercles (fig. 8a), du moins dans la zone

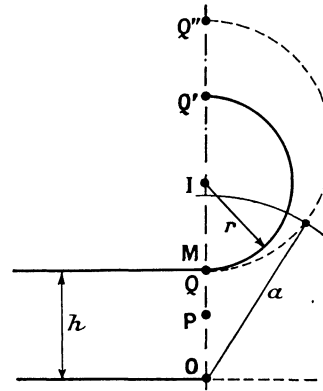


FIG. 8a (1<sup>re</sup> phase).

très voisine de la sortie QO, car le point M reste très voisin de Q : supposant M et Q confondus, nous trouverons par cette théorie locale une expression de  $K_M$ .

5-3-2. 1<sup>er</sup> cas. — Le faisceau va de la droite Ox au cercle de diamètre :

$$QQ'' = 2\lambda r$$

en désignant par  $\lambda r$  le rayon de courbure juste à l'extérieur de la couche limite. Soit  $a^2$  la puissance du faisceau :

$$a^2 = h(h + 2\lambda r) = OQ \cdot OQ''.$$

En un point P quelconque de OQ (OP = y), le rayon de courbure est tel que :

$$2R = (a^2/y) - y.$$

L'intégrale formule (3) donne alors :

$$\omega_Q = \omega_a [1 + (h/2\lambda r)] = \omega_M. \quad (5)$$

Lorsque  $\lambda$  varie de l'infini (influence nulle) à 1 (couche limite nulle) par exemple par une augmentation progressive du rayon  $r$ ,  $\omega_M$  varie de  $\omega_a$  à  $\omega_a (1 + h/2r)$  : dans cette première phase, l'effet du bord de déviation se réduit à l'accélération de la couche limite, mais ne se traduit pas par une déviation globale de l'écoulement.

5-3-3. 2<sup>e</sup> cas. — En dessous d'une certaine courbure relative, la couche limite est suffisamment réaccélérée ( $\lambda$  voisin de 1) pour qu'une augmentation nouvelle de  $r$  (ou une diminution de  $h$ ) commence à avoir pour effet un recollement progressif de l'écoulement sur une certaine longueur de paroi (M reste voisin de Q, mais D se déplace vers l'aval). Dans ce cas il existe une déviation réelle, que nous traduirons par la considération d'un faisceau de cercles limité du côté extérieur

par une ligne de jet de rayon fini  $r'$ , et du côté intérieur par le cercle QQ' de rayon  $r$ .

Soit A (fig. 8b) le centre du faisceau que nous

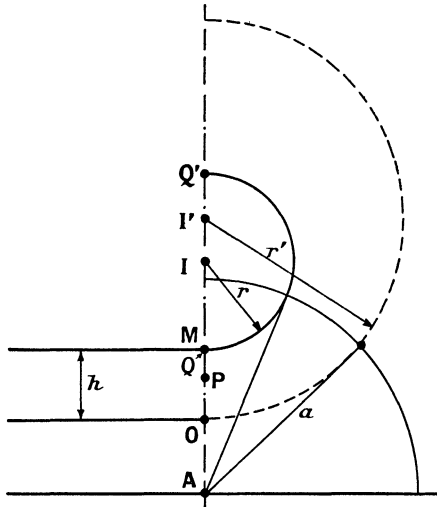


FIG. 8b (2<sup>e</sup> phase).

prenons comme origine, en posant :  $AO = y_0$  ;  $QS = y_1$  ;  $AP = y$  ;  $y_0 - y_1 = h$ .

Au point P le rayon de courbure est encore donné par :

$$2R = (a^2/y) - y.$$

Le calcul donne alors sans difficulté pour la survitesse maximum :

$$\omega_Q = \omega_a \cdot \frac{r' 2r + h}{r 2r' - h} = \omega_M.$$

Les cas extrêmes à considérer sont :  $r'$  infini : on retrouve la formule précédente pour  $\lambda = 1$  ;  $r' = r + h$  (écoulement giratoire) ; dans ce cas :

$$\omega_M = \omega_a(1 + h/r). \quad (5')$$

5-3-4. — Ces calculs conduisent à mettre sous la forme suivante, la relation entre la survitesse maximum et la courbure relative :

$$(\omega_M - \omega_a)/\omega_a = \alpha h/r = \alpha c = (1 + K_M)^{1/2} - 1. \quad (6)$$

Le coefficient  $\alpha$  caractérise le type d'adhérence obtenu : s'il est compris entre 0 et 0,5, l'influence du bord de déviation reste locale et intéresse d'abord la couche limite ; s'il est compris entre 0,5 et 1, on peut constater un recollement et une déviation globale du jet, l'évolution progressive vers l'écoulement giratoire marquant l'apparition d'une circulation (cf. § 3).

5-3-5. — Soit  $c_0$  la valeur de  $h/r$  pour laquelle  $\alpha = 1/2$  ; une expression de  $\alpha$  dans le 2<sup>e</sup> cas, où la variation de  $c$  n'agit plus sur la couche limite, peut être déduite de considérations de similitude.

On trouve [13], facilement, pour  $c < c_0$  :

$$\frac{\omega_M}{\omega_a} = 1 + \alpha c = \frac{c_0^2(c+1)(c+2)}{c^3 + c_0^2 c + 2c^2}.$$

5-3-6. — Dans le premier cas, la survitesse dépend de considérations sur la couche limite ; cependant le raisonnement du § 5-3-2 suppose implicitement l'existence locale d'une loi de similitude, c'est-à-dire que le rapport  $\lambda$  des rayons de courbure ne dépend pas de  $h$  et  $r$  séparément mais seulement de  $c$  ; en outre l'angle  $\gamma_D$  avant décollement (en supposant toujours M et Q confondus) ne varie pas beaucoup pendant cette phase. Il est déterminé par le degré de divergence que la section est susceptible de supporter avant décollement, soit :  $\lambda \frac{r}{h} (1 - \cos \gamma_a)$  ; cette variation de section est égale à :

$$(\omega_0 - \omega_a)/\omega_a$$

en désignant par  $\omega_0$  la vitesse moyenne dans la section OQ. Cette dernière variation est elle-même une fraction de la survitesse :  $(\omega_M/\omega_a) - 1$ .

On peut donc écrire  $\gamma_D$  étant petit :

$$(\lambda r/h) (\gamma_D^2/2) = k^2 h/2\lambda r.$$

D'où une loi de la forme :  $\lambda = kc/\gamma_D$  pour  $c > c_0$  et par suite :  $\omega_M = \omega_a[1 + (\gamma_D/k)]$  ne dépendra pas de  $c$  dans cette phase.

#### 5-4. — RÉSULTATS D'ESSAIS.

5-4-1. — L'allure générale des phénomènes est bien celle qui a servi de base au calcul précédent : les paramètres les plus intéressants sont  $h$  et  $r$ . La répartition des pressions se déforme en fonction de  $c$  comme l'indique la figure 9 ( $r$  constant,  $h$  variable) : a) *Courbure élevée* : Forte dépression atteignant son maximum en M très près de Q, et par suite fort gradient de pression au delà de M, donc décollement en D très près de M ; faible variation de cette courbure en fonction de  $h$ . b) *Courbure modérée* : A partir d'un certain seuil quand  $h$  diminue, la courbe des pressions s'évase, le point D se déplaçant vers l'aval progressivement. Le maximum reste élevé, mais la forte dépression se maintient sur un arc croissant. Le point M se déplace aussi vers l'aval, mais la dépression atteint presque son maximum très près de Q. c) *Courbure faible* : Lorsque la déviation maximum (90 degrés) a été atteinte, une nouvelle diminution de  $h$  ne fait que diminuer les dépressions sans améliorer l'adhérence qui est déjà très près de l'optimum (écoulement giratoire).

5-4-2. *Variations de la dépression maximum* (coefficient  $K_M$ ). — Nous nous reportons à la définition du critère d'adhérence :

$$\alpha c - (1 + K_M)^{1/2} - 1 = \text{survitesse.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Si } c > c_0 : \quad \alpha c = \text{constante} = 0,5 c_0 \\ \text{Si } c < c_0 : \quad \alpha c = c \frac{c_0^2(c+2) - c^2}{c_0^2(c+2) + c^2} \end{array} \right\} \quad (7)$$



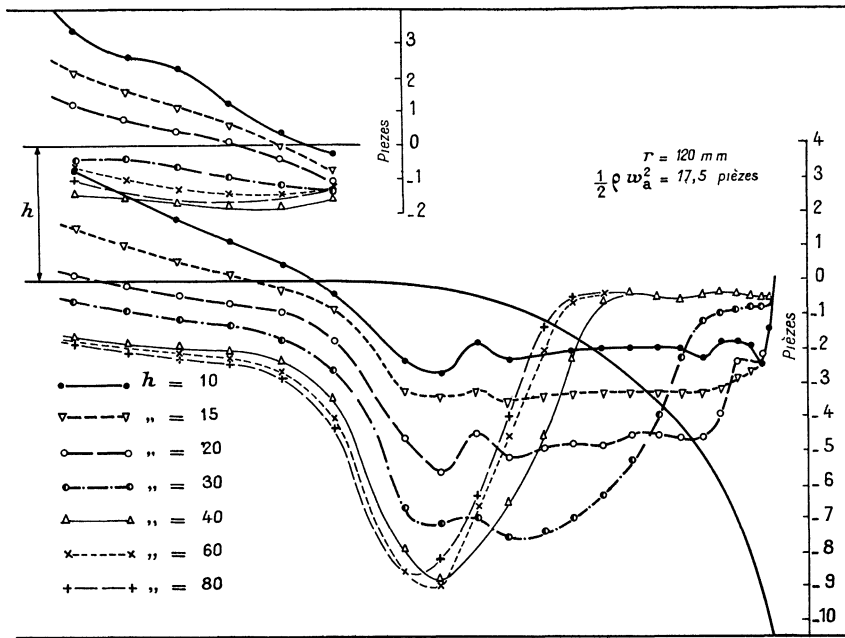


FIG. 9.

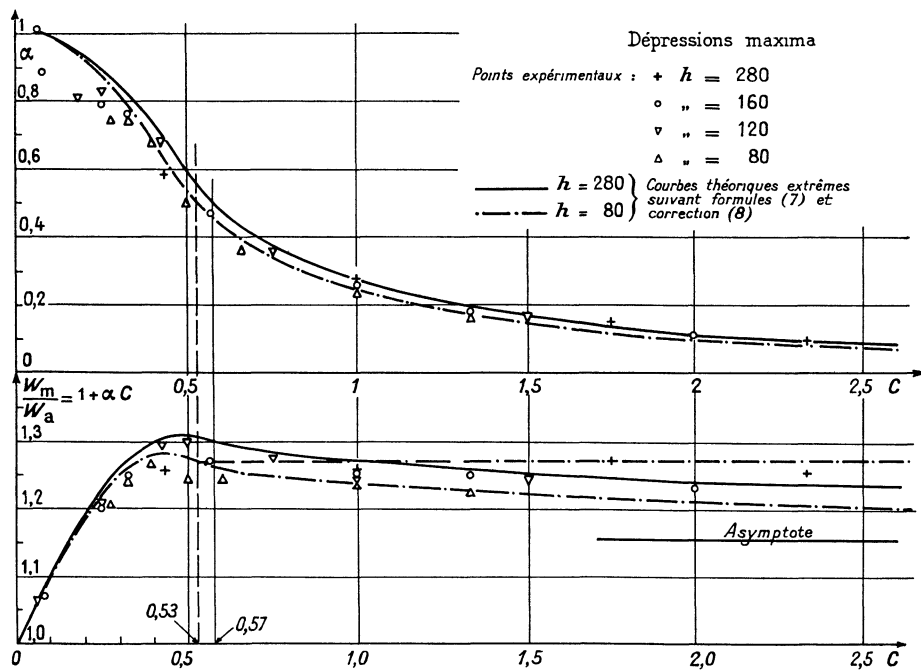


FIG. 10. — Dépressions maxima.  
 Points expérimentaux : × h = 280  
 »                   ○   = 160  
 »                   ▽   = 120  
 »                   △   = 80.  
 Courbes théoriques extrêmes ( ——— h = 280.  
 suivant formule (7) et                   - - - h = 80.  
 correction (8)

Cette courbe passe par un maximum pour  $c = c_1$ .  
 Pour déterminer  $c_0$ , on trace la courbe expérimentale  $\alpha(c)$  et on cherche la valeur de  $c$  pour

laquelle :  $\alpha = 0,5$ . La figure 10 montre que pour  $c < c_0$ , l'expression théorique donne une représentation très honnête des résultats, si l'on tient

compte de la fragilité des hypothèses de similitude ;  $c_0$  a les valeurs indiquées sur cette figure.

Pour  $c > c_0$  la survitesse n'est pas constante mais décroît lentement, suivant une loi de la forme :

$$\alpha = Kc^{-K'} ; \quad \alpha c = Kc^{1-K'} ; \quad 0.5 = Kc_0^{-K'} \quad (8)$$

Les coefficients  $K, K', c_0$  déterminés expérimentalement et liés par la relation ci-dessus sont influencés par les différents paramètres :  $h, r, M, L$  et  $L'$ . Seul  $L'$  semble avoir une importance appréciable.

Dans la mesure où les couches limites jouent un rôle secondaire (valeurs raisonnables de  $L$  et  $L'$ ), on peut admettre :

$$\begin{aligned} K &= 0.255 \quad (\pm 6 \%) \\ K' &= 1.16 \quad (\pm 4 \%) \\ c_0 &= 0.56 \quad (\pm 4 \%). \end{aligned}$$

5-4-3. Variation de la dépression moyenne et de la poussée latérale. — La figure 11 montre la variation de  $K_p$  en fonction de  $c$ , très analogue à celle d'un Cz de profil en fonction de l'incidence, ou mieux du Cz d'un cylindre tournant en fonction de la survitesse périphérique de rotation (effet Magnus : [18]).

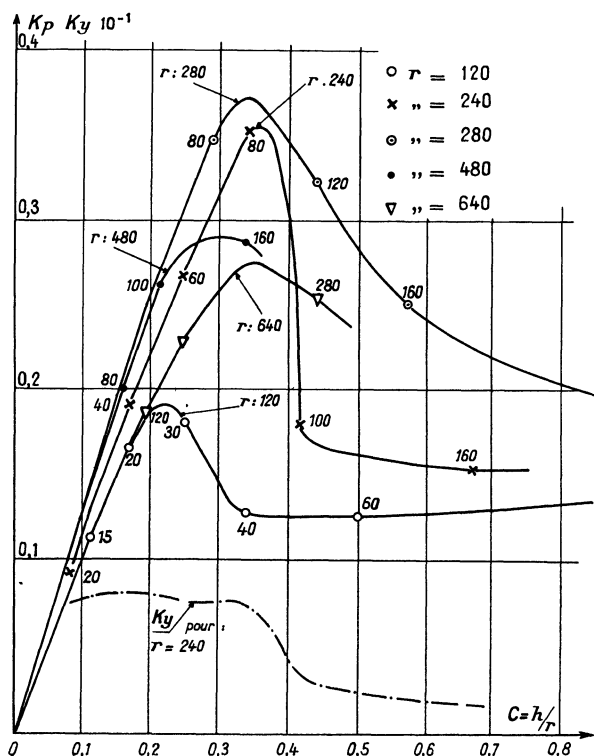


FIG. 11.  
 $r = 120$  ○  
 $r = 240$  ×  
 $r = 280$  ⊙  
 $r = 480$  ●  
 $r = 640$  ▼

L'effet d'adhérence correspond à la partie linéaire, le long de laquelle la déviation est de 90 degrés. Il passe par un maximum en fonction de  $r$ , ainsi que le pourcentage de poussée latérale  $K_y$  : cet effet dépend de l'échelle, et diminue quand  $r$  est trop grand (développement de couche limite : § 3).

Il est intéressant de noter la variation de  $K_y$  (fig. 11) en fonction de  $h/r$  ; le pourcentage de poussée latérale relativement faible pour une courbure élevée, augmente brusquement quand l'effet d'adhérence commence à se produire, puis reste à peu près constant ; en raison de l'étroite relation entre ce coefficient  $K_y$ , la déviation  $\gamma_D$ , et la production de circulation, c'est une confirmation remarquable de l'analyse donnée au § 3 sur laquelle est fondée la théorie semi-empiriques § 5-3.

6. Théorie de l'effet Young. — Le calcul de la déflexion d'un jet autour d'un cylindre circulaire a été fait par L. C. Woods [9]. Comme la forme de la paroi est imposée, on est conduit à une équation intégrale en  $w$  ; on calcule une expression approchée en remplaçant  $w$  sous le signe intégrale par sa valeur moyenne, notée  $\bar{w}$ , le long de l'arc d'adhé-

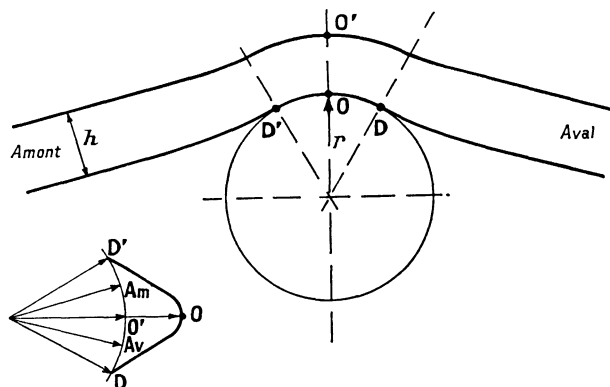


FIG. 12.

rence  $D'O'D$  de longueur  $2\gamma$  (fig. 12). On admet en outre le long de cet arc que :

$$\gamma\varphi = \theta\varphi_D ; \quad \varphi = \bar{w}r\theta ; \quad \varphi_D = \bar{w}r \theta.$$

en désignant par

- $\theta$  l'angle de la vitesse avec  $Ox$  ;
  - $\varphi$  le potentiel au point  $P$  tel que  $\widehat{OP} = r\theta$ .
- Si l'on pose :

$$\sigma = \frac{\pi \bar{w} r \gamma}{2 \omega_a h} \quad (9)$$

La vitesse au point  $P$  est donnée par :

$$\log \frac{w}{\omega_a} = \frac{\gamma}{\sigma} \text{Arc tg} \left\{ \text{sh}^2 \sigma - \text{ch}^2 \sigma \text{th}^2 \sigma(\theta/\gamma) \right\}^{1/2}. \quad (10)$$

6-1. COMPARAISON DES GRADIENTS DE PRESSION LONGITUDINAL ET TRANSVERSAL. — La courbe  $w/\omega_0$

ou  $K$  en fonction de  $\theta$  a des tangentes verticales pour  $\theta = \pm \gamma$  (fig. 13) en raison des singularités du type  $(\theta \pm \gamma)^{1/2}$  dans le gradient de pression. Cette propriété très importante serait une source de difficultés dans un calcul de couche limite ; mais comme elle permet de rendre compte de l'allure de l'écoulement, il faut lui attribuer une signification

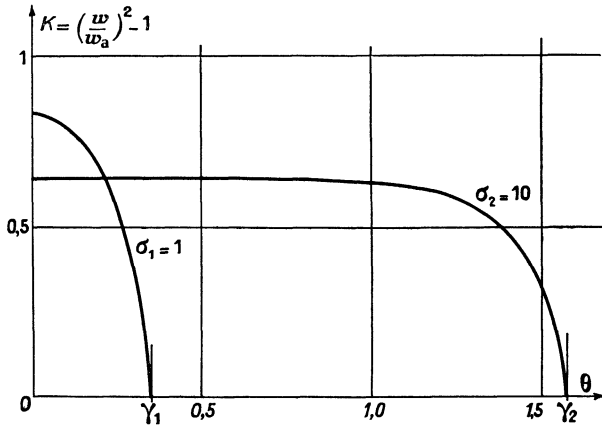


FIG. 13.

physique : les singularités résultent de l'égalité des différences de pression entre O et D d'une part, O et O' d'autre part, sans qu'il soit nécessaire de faire intervenir la couche limite : dans le plan de l'hodographe, D et D' sont des points de rebroussement. Le rapport des gradients moyens de pression correspondants est directement proportionnel à  $\sigma$  ; d'où la discussion qui suit :

6-2-. GRADIENT TRANSVERSAL FAIBLE PAR RAPPORT AU GRADIENT LONGITUDINAL ;  $\sigma$  PETIT. — C'est le cas du § 5-3-2. Pour fixer les idées calculons un maximum de  $\sigma$  d'après la figure 9 :  $r = 120$  ;  $h = 60$  ;  $\bar{w} \# 1, 1 w_a$

$$\gamma = \gamma_D - \gamma_M = 0,35 \quad \sigma = 1,2.$$

Pour  $\sigma < 2$ , l'expression de la vitesse maximum est peu différente de :

$$w_0 = w_a e^{\gamma}.$$

Elle est indépendante de  $h$  et  $r$ , et même de  $\bar{w}$  (cf. § 5-3-6). Les écarts constatés avec les résultats d'expériences (§ 5-4-2) sont donc imputables à la seule viscosité. La valeur de  $\gamma$  n'étant pas négligeable et fixant l'intervalle d'abscisse entre les tangentes verticales, la courbe  $K(\theta)$  a bien l'allure pointue de la figure 9.

6-3. GRADIENT LONGITUDINAL FAIBLE PAR RAPPORT AU GRADIENT TRANSVERSAL :  $\sigma$  GRAND. — C'est le cas du § 5-3-3 où la circulation apparaît, ainsi que l'effet Young. Calculons un ordre de grandeur minimum d'après la figure 9 :

$$r = 120 \quad h = 30 \quad \gamma = \pi/2 \quad \sigma > 10.$$

L'expression de la survitesse maximum est donc très peu différente de :

$$\log \frac{w_0}{w_a} = \frac{\pi \gamma}{2 \sigma} = \frac{w_a h}{\bar{w} r} \# \frac{w_a h}{w_0 r}$$

$\bar{w}$  est voisin de  $w_0$ , et  $w_0$  diminue parce que l'intervalle d'abscisse entre les tangentes verticales s'allonge tandis que  $\log w_0/w_a$  reste inférieure à  $h/r$ .

La courbe des pressions a donc nécessairement l'allure aplatie, à forts gradients aux extrémités, notée sur la figure 9. On trouve entre  $c$  et le critère d'adhérence  $\alpha$  la relation ( $c$  petit) :

$$(1 + \alpha c) \log (1 + \alpha c) = c.$$

6-6. EXPRESSION DU GRADIENT LONGITUDINAL. — Si l'on se fixe l'angle  $\gamma$ , l'écoulement correspondant sera nécessairement décollé en D par le gradient local infini. Pour savoir dans quelle mesure le développement de la couche limite peut intervenir autrement, il faut considérer le gradient de pression en amont de D, par exemple au voisinage de O. Ce gradient a pour expression :

$$-w \frac{dw}{r d\theta} = + \left( \frac{w_a^2}{r} \right) \exp \left( 2 \frac{\gamma}{\sigma} u \right) \operatorname{tg} \sigma \frac{\theta}{\gamma} \operatorname{cotg} u \quad (11)$$

en posant :

$$\operatorname{tg}^2 u = \left( \operatorname{sh}^2 \sigma - \operatorname{ch}^2 \sigma \operatorname{tg}^2 \sigma \frac{\theta}{\gamma} \right)$$

a)  $\sigma_1$  petit : Au voisinage de O, le gradient a pour expression approchée :

$$-w \frac{dw}{r d\theta} = g_1 = + \frac{w_a^2}{r} \exp \left( 2 \frac{\gamma_1}{\sigma} u \right) \frac{\theta}{\gamma_1} \# + \frac{w_a^2}{r} \frac{\theta}{\gamma_1} e^{2\gamma_1}$$

b)  $\sigma_2$  grand : Au voisinage de O, l'expression approchée devient

$$-w \frac{dw}{r d\theta} = g_2 = \frac{w_a^2}{r} \exp \left( \pi \frac{\gamma_2}{\sigma_2} \right) \frac{\operatorname{th} \sigma_2 \frac{\theta}{\gamma_2}}{\operatorname{sh} \sigma_2}.$$

Pour une même valeur de  $\frac{\theta}{\gamma}$ , le rapport de ces deux gradients est très grand, de l'ordre de :

$$(g_1/g_2) = \operatorname{sh} \sigma_2 \exp (2\gamma_1 - (\pi/\sigma_2) \gamma_2). \quad (12)$$

Par exemple, pour :

$$\gamma_1 = 0,35 \quad \gamma_2 = 1,57 \quad \sigma_2 = 10,$$

on trouve :

$$g_1 = 13\,000 g_2.$$

Le gradient  $g_2$  est donc négligeable à cause de la valeur élevée de  $\sigma_2$  : pour la couche limite, tout se passe comme si le jet était droit et la paroi plane ; les longueurs parcourues avant décollément peuvent être grandes ; c'est en cela que consiste le phénomène d'adhérence.

6-5. CONCLUSION. — L'interaction d'un jet et d'une paroi courbe peut se présenter sous plusieurs

aspects, en fonction des facteurs caractéristiques :

$$c = \frac{h}{r} \quad \text{et} \quad \sigma = \frac{\pi}{2} \frac{\bar{w}}{\omega_a} \frac{\gamma}{c}.$$

La couche limite le long de la paroi doit remonter un gradient de pression qui se présente principalement comme une fonction exponentielle de  $(-\sigma)$  au point P divisant l'arc OD dans un rapport donné.

a) *Écoulement décollé.* — Au-dessus d'une première valeur critique  $c = c_1$ , le gradient de pression est élevé et pratiquement indépendant de  $c$ . L'interaction reste locale, et l'arc d'adhérence reste faible et à peu près constant. On peut admettre :  $\gamma_1 \# 20$  degrés  $\# 0,35$  radian. Parallèlement,  $\sigma$  est inférieur à une première valeur critique  $\sigma_1$  de l'ordre de l'unité :  $c_1$  est l'homologue du rapport  $c_0$  défini au § 5-3-2.

b) *Zone intermédiaire.* — En dessous de  $c_1$ , la couche limite peut remonter en partie le gradient de pression ;  $\gamma$  augmentant lorsque  $c$  diminue,  $\sigma$  augmente rapidement ; le gradient de pression diminue en fonction exponentielle de  $\sigma$ , d'où augmentation accélérée de  $\gamma$ . Il y a donc évolution très rapide du régime (a) vers le régime (c) très différent.

c) *Effet Young.* — Il est caractérisé par l'annihila-

tion du gradient de pression le long d'un grand arc de paroi courbe, lorsque  $c$  devient inférieur à un deuxième rapport critique  $c_2$ , auquel correspond une valeur pseudo-critique  $\sigma_2$ . Toutefois, l'existence de ces valeurs pseudo-critiques est liée à celle d'un maximum par construction de l'angle  $\gamma$ . Pour  $\gamma_2 = 90$  degrés,  $\sigma_2$  est de l'ordre de 10.

d) *Effet d'échelle.* — Les valeurs numériques données ci-dessus correspondent aux conditions de vitesse des expériences ( $M = 0,48$ ). Lorsqu'on augmente la vitesse, toutes choses égales par ailleurs, le point de décollement remonte vers l'amont ; il faut diminuer  $h$  pour retrouver l'effet Young, les survitesses relatives diminuant en conséquence (§ 5-4-2-2), cependant que  $\sigma_2$  augmente. Le sens de la variation de  $\sigma_1$  est moins certain. L'effet Young dépend donc du nombre de Reynolds :  $\omega_a r \gamma \nu^{-1}$ , suivant une loi qu'il serait intéressant de déterminer.

L'exploration que nous avons pu faire est incomplète et ne couvre pas les vitesses usuelles à l'échappement des moteurs à réaction. L'action conjuguée d'un écran et d'une paroi de déviation (§ 3) peut être expliquée très clairement par cette description finale [13].

Manuscrit reçu le 7 janvier 1958.

#### BIBLIOGRAPHIE

- [1] YOUNG (T.), Outlines of Experiments and Inquiries Respecting Sound and Light (16 janvier 1800). Cité par J. L. PRITCHARD, The Dawn of Aerodynamics. *Journal of the Royal Aeronautical Society*, mars 1957.
- [2] BOUASSE (H.), Tourbillons (Delagrave), 1931, 341-347.
- [3] LAFAY (A.), Contribution à l'étude de l'effet Chilowsky. *Mémorial de l'Artillerie française*, 1929, **VIII**, 385-392.
- [4] RAVELLI (E.), Étude pour la théorie du frein de bouche. *Mémorial de l'Artillerie française*, 1930, **IX**, 488-500 ; et *Rivista di Artiglieria e Genio*, nov.-déc. 1928 janvier 1929.
- [5] METRAL (A.) et ZERNER (F.), L'effet COANDA. *Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air*, 1948, n° **218**, 1 à 5.
- [6] SQUIRE (H. B.), HARPER (D. S.), KARASSY (J.) et CHESTER (W.), Wind Tunnel tests of oblique jets units. R. A. E. Report Aero 2007 ; A. R. C. 8449— I. C. E. 1679 — Ae 2723 (Confidentiel).
- [7] BLACK (J.), A note on the mixing process in the flow induced by a high velocity air jet. *Journal of the Royal Aeronautical Society* September 1957 631-633.
- [8] STRATFORD (B. S.) Early Thoughts on the jet flaps. Mixing and the jet flap. A further discussion on mixing and the jet flap. *The Aeronautical Quarterly*, février, mai, août 1956, **VII**.
- [9] WOODS (L. C.), Compressible Subsonic flow in two-dimensional Channels with mixed boundary conditions. *The Quarterly Journal of Mechanics and applied Mathematics*, september 1954, **VII**, 263.
- [10] MARCHAL (R.), BERTIN (J.), KADOSCH (M.) et PARIS (F.), Mécanisme de la déviation des jets propulsifs. *C. R. Acad. Sci.*, 16 mai 1955, **240**, 1966-1967.
- [11] KADOSCH (M.), Contribution au freinage des avions à réaction par déviation du jet propulsif. *Bulletin de la Société française des Mécaniciens*, 1955, n° **16**.
- [12] KADOSCH (M.), Action d'un jet transversal à un écoulement. *Bulletin de la Société française des Mécaniciens*, 1955, n° **18**.
- [13] KADOSCH (M.), Mécanisme de la déviation des jets propulsifs. *Thèse de Doctorat*, Paris, 5 janvier 1957. *Publications Scientifiques et Techniques du Ministère de l'Air* (en préparation).
- [14] BERTIN (J.), MAUNOURY (F.) et KADOSCH (M.), L'inverseur de poussée. S. N. E. C. M. A. *Shell-aviation News*, n° **205**.
- [15] BERTIN (J.) et KADOSCH (M.), Principes et applications de la striction axiale et directionnelle. *Bulletin de la Société française des Mécaniciens*, 1958, n° **24**.
- [16] GOLDSTEIN (S.), Modern Developments in Fluid Dynamics, 1938.
- [17] CROCCO (L.) et LEES (L.), A mixing theory for the interaction between dissipative flows and nearly isentropic streams. *Journal of the Aeronautical Sciences*, October 1952, **XIX**, 649-676.
- [18] REBUFFET, Aérodynamique expérimentale, p. 289.